



UNIVERZITET U NIŠU
FAKULTET ZAŠTITE NA RADU U NIŠU



OSNOVI MAŠINSTVA

- PREZENTACIJA BR. 7 -

Dr Darko Mihajlov, vanr. prof.

SADRŽAJ PREZENTACIJE

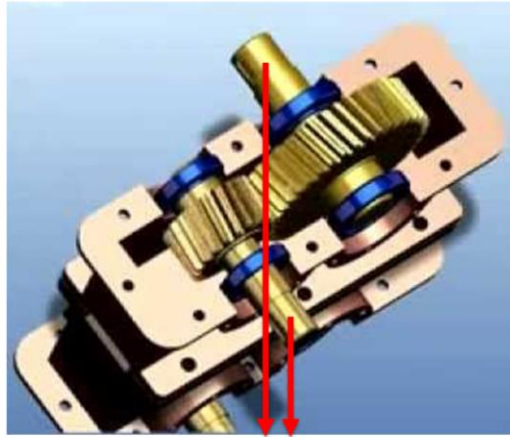
- **Nosači**
- **Noseći elementi**
- **Oslonci nosača**
- **Opterećenja nosača**



OSNOVI MAŠINSTVA

STATIKA

- Nosači i noseći elementi -



*Vratila reduktora kao
primer nosećih elemenata*

OSNOVI MAŠINSTVA

NOSAČI su elementi konstrukcija ili cele konstrukcije čija je namena da nose odgovarajuća opterećenja i da ih prenose na podlogu preko oslonaca.

Delovi nosača koji primaju i prenose opterećenje se nazivaju **NOSEĆI ELEMENTI**.

Zadatak **Statike nosača** je da u svakom preseku nosača statičkim metodama ustanovi **karakter i intenzitet sila** koje izazivaju naprezanja i deformacije samog nosača.

Proučavanje napona i deformacija, kao i dimenzionisanje nosača, predstavljaju zadatke **Otpornosti materijala i Teorije elastičnosti**.

STATIKA - Noseći elementi -
OSNOVNI TIPOVI NOSEĆIH ELEMENATA
1. Linijski noseći element, 2. Površinski noseći element, 3. Prostorni noseći element.
OSNOVI MAŠINSTVA

Osnovni tipovi nosećih elemenata su:

1. Linijski noseći element,
2. Površinski noseći element,
3. Prostorni noseći element.

STATIKA

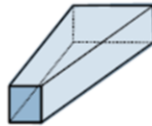
- Noseći elementi -

LINIJSKI NOSEĆI ELEMENT

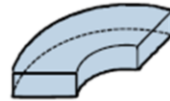
- **Pravolinijski**
(konstantnog ili promenljivog poprečnog preseka) i
- **Krivolinijski**
(konstantnog ili promenljivog poprečnog preseka).



*Pravolinijski element
konstantnog poprečnog
preseka*



*Pravolinijski element
promenljivog poprečnog
preseka*



*Krivolinijski element
konstantnog poprečnog
preseka*

OSNOVI MAŠINSTVA

LINIJSKI NOSEĆI ELEMENT je onaj čije su dve dimenzije znatno manje od treće dimenzije (dužine).

Njegov granični slučaj je linija.

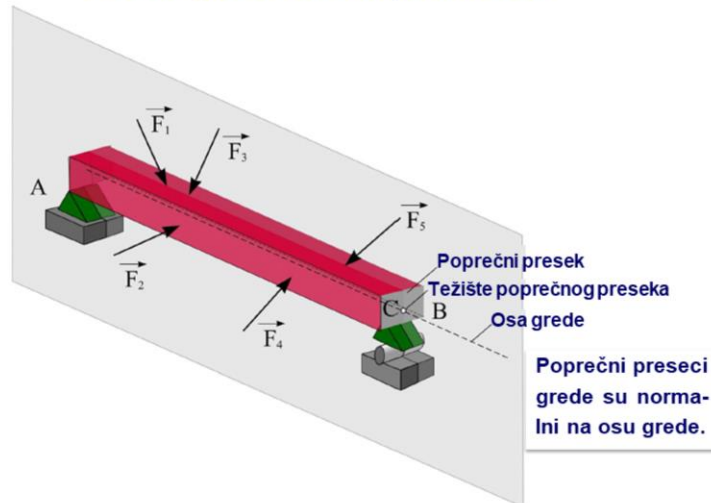
Linijski noseći element može biti:

- **Pravolinijski** (konstantnog ili promenljivog poprečnog preseka) i
- **Krivolinijski** (konstantnog ili promenljivog poprečnog preseka).

STATIKA

- Noseći elementi -

Prosta greda kao linijski nosač



OSNOVI MAŠINSTVA

Štap je pravolinijski noseći element opterećen:

- silama duž svoje ose na **zatezanje** ili **pritisak** i/ili
- momentom **uvijanja** na **uvijanje**.

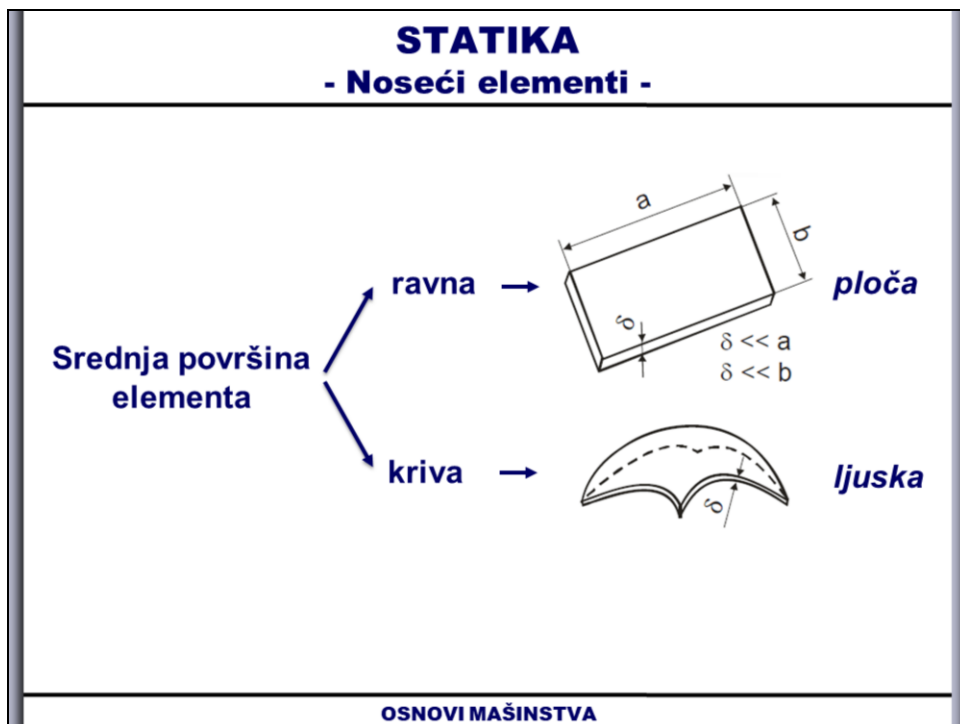
Greda je linijski noseći element opterećen na **savijanje** silama i **spregovima**.

Linija koja prolazi kroz težišta poprečnih preseka grede naziva se **osa grede**.

Osa grede može biti prava ili kriva, kao što je kod luka, lančanice itd.



POVRŠINSKI NOSEĆI ELEMENT je onaj čija je jedna dimenzija (debljina) znatno manja od ostale dve dimenzije (dužine i širine).



Površina koja polovi debljinu nosećeg elementa se naziva *srednja površina elementa*.
Srednja površina elementa može biti **ravna** (ploča) ili **kriva** (ljuska).

STATIKA

- Noseći elementi -

OSNOVNI TIPOVI NOSEĆIH ELEMENATA

PROSTORNI NOSEĆI ELEMENT



OSNOVI MAŠINSTVA

PROSTORNI NOSEĆI ELEMENT je onaj čije su sve tri dimenzije približno istog reda vrednosti.

STATIKA

- Nosači -

PODELA NOSAČA

Nosači su podeljeni prema:

- 1. položaju u prostoru,**
- 2. obliku,**
- 3. složenosti i**
- 4. statičkoj određenosti.**

OSNOVI MAŠINSTVA

Nosači su podeljeni prema:

- 1. položaju u prostoru,**
- 2. obliku,**
- 3. složenosti i**
- 4. statičkoj određenosti.**

STATIKA

- Nosači -

1. PODELA NOSAČA PREMA POLOŽAJU U PROSTORU

Prema položaju u prostoru:

- ❖ **Ravanski (ravni) nosači**
- ❖ **Prostorni nosači**

OSNOVI MAŠINSTVA

Prema položaju u prostoru, nosači se dele na **Ravanske (ravne)** i **Prostorne**.

- ❖ **Ravanski** su sastavljeni od nosećih elemenata koji leže u jednoj ravni i čije je opterećenje u toj ravni;
- ❖ **Prostorni** su sastavljeni od nosećih elemenata raspoređenih u prostoru.

STATIKA

- Nosači -

2. PODELA NOSAČA PREMA OBLIKU

Prema obliku:

- ❖ **Puni (gredni) nosači**
- ❖ **Rešetkasti nosači**

OSNOVI MAŠINSTVA

Prema obliku, nosači se dele na Puni (gredne) nosače i Rešetkaste nosače.

- ❖ **Puni (gredni) nosači** su sastavljeni od jednog ili više grednih elemenata sa konstantnim ili promenljivim presekom;
- ❖ **Rešetkasti nosači** se sastoje od štapova čiji su krajevi međusobno povezani zglobovima (tzv. čvorovi) tako da čine jednu krutu konstrukciju.

STATIKA

- Nosači -

3. PODELA NOSAČA PREMA SLOŽENOSTI

Prema složenosti:

- ❖ **Prosti nosači**
- ❖ **Složeni nosači**

OSNOVI MAŠINSTVA

Prema složenosti, nosači se dele na **Proste nosače** i **Složene nosače**.

- ❖ **Prosti nosači** se sastoje od jednog grednog elementa, pa se svrstavaju u pune nosače.
- ❖ **Složeni nosači** su sastavljeni iz više nosećih elemenata spojenih zglobovima ili krutom vezom.

STATIKA

- Prosti nosači -

Prosta greda



OSNOVI MAŠINSTVA

Prosta greda je nosač koji je za nepokretnu osnovu jednim svojim krajem vezan nepokretnim osloncem, a drugim krajem pokretnim osloncem.

Rastojanje između oslonaca se naziva *raspon grede*.

Pokretan oslonac dozvoljava mala pomeranja u pravcu ose grede za slučaj malih deformacija grede.

STATIKA

- Prosti nosači -

Greda sa prepustima



OSNOVI MAŠINSTVA

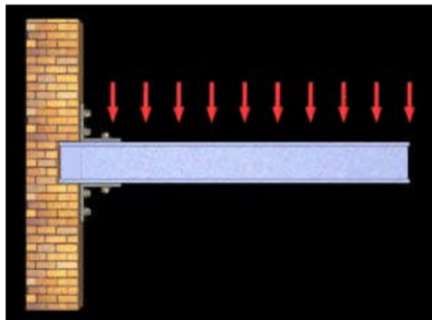
Greda sa prepustima je nosač kod koga se bar jedan oslonac ne nalazi na kraju grede.

Rastojanje između oslonaca se naziva *raspon grede*, a van oslonca *prepust*, koji može biti sa jedne ili sa obe strane.

STATIKA

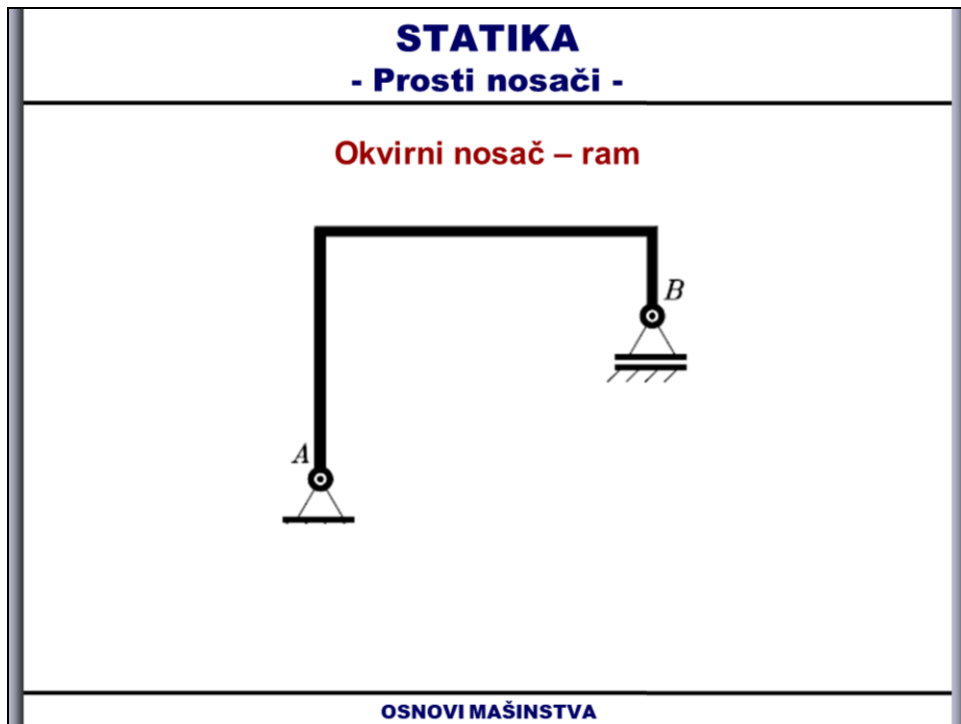
- Prosti nosači -

Konzola



OSNOVI MAŠINSTVA

Konzola je nosač koji je za nepokretnu osnovu vezan uklještenjem.

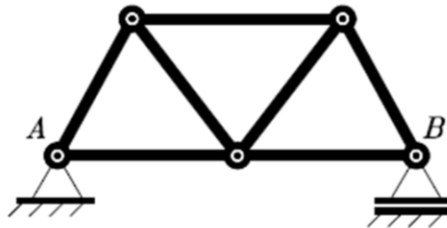


Prost okvirni nosač (prost ram) je nosač koji se dobija krutim spajanjem greda ili konzola u jednu celinu.

STATIKA

- Složeni nosači -

Rešetkasti nosač – rešetka

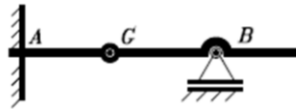


OSNOVI MAŠINSTVA

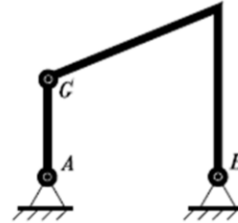
Rešetkasti nosač je kruta konstrukcija sastavljena od lakih štapova, međusobno zglobno povezanih, koja za nepokretnu osnovu može biti vezana pokretnim osloncem, nepokretnim osloncem ili uklještenjem.

STATIKA

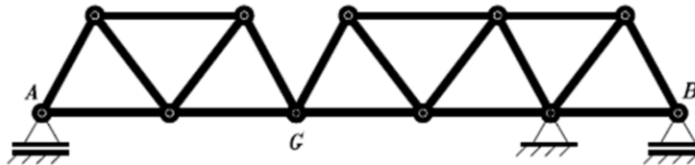
- Složeni nosači -



*Konzola sa
Gerberovim zglobom*



Ram sa Gerberovim zglobom



Rešetka sa Gerberovim zglobom

OSNOVI MAŠINSTVA

Na slajdu su prikazani primeri složenih nosača:

- Konzola sa Gerberovim zglobom,
- Ram sa Gerberovim zglobom,
- Rešetka sa Gerberovim zglobom.

STATIKA

- Nosači -

4. PODELA NOSAČA PREMA STATIČKOJ ODREĐENOSTI

n - broj nepoznatih komponenata reakcija

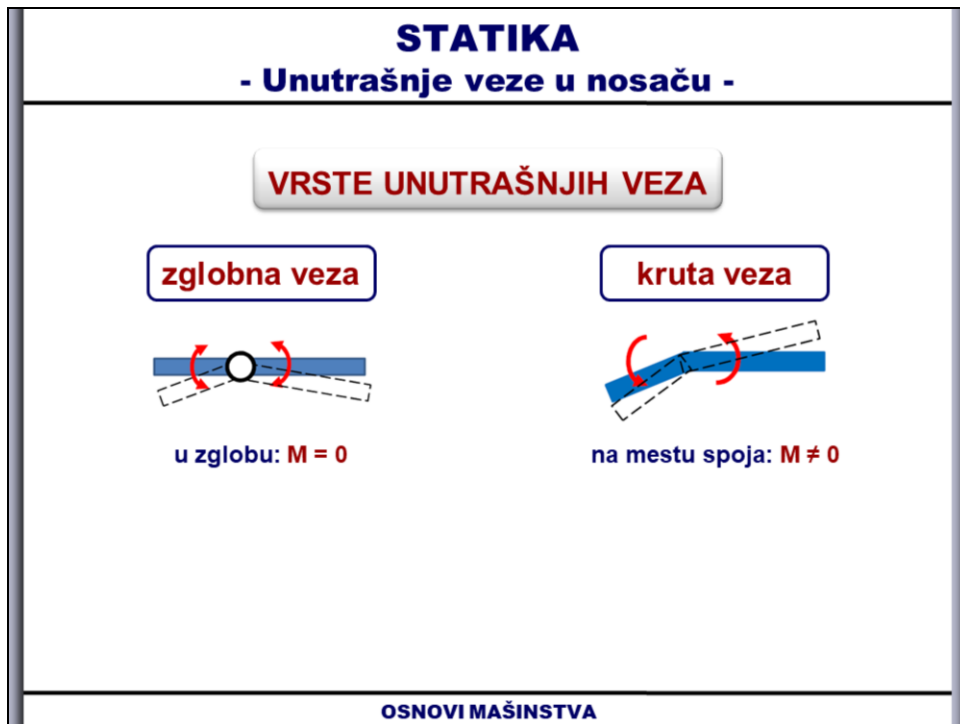
s - broj jednačina koje definišu uslove ravnoteže

- $n = s$, nosač je statički određen
- $n > s$, nosač je statički neodređen

OSNOVI MAŠINSTVA

Ako je n broj nepoznatih komponenata reakcija, a s broj jednačina koje definišu uslove ravnoteže, mogu se javiti dva slučaja:

- $n = s$, nosač je statički određen, tj. reakcije oslonaca se mogu odrediti iz jednačina ravnoteže jer se dobije sistem jednačina sa onoliko jednačina koliko ima nepoznatih;
- $n > s$, nosač je statički neodređen, tj. sistem jednačina ravnoteže ima manji broj jednačina nego što je nepoznatih veličina.



Veze kojima su među sobom povezani noseći elementi (štapovi i grede) u složenim nosačima su **unutrašnje veze**.

Vrste unutrašnjih veza su:

- **zglobna veza** i
- **kruta veza**.

Zglobna veza omogućava nezavisno obrtanje u zglobu elemenata koji se spajaju. Zglobnom vezom nije sprečeno obrtanje spojenih elemenata, tako da je u zglobu **moment jednak nuli**.

Kruta veza ne omogućava nezavisno obrtanje elemenata koji se spajaju, već se oni obrću zajedno. Krutom vezom je sprečeno nezavisno obrtanje spojenih elemenata, tako da je na mestu spoja **moment različit od nule**.

STATIKA - Spoljašnje veze / Oslonci nosača -
Najčešći oslonci: ➤ pokretni zglobni oslonac, ➤ nepokretni zglobni oslonac, ➤ uklještenje.
OSNOVI MAŠINSTVA

Oslonci preko kojih se nosač oslanja na podlogu i prenosi opterećenje na podlogu su spoljašnje veze.

Najčešći oslonci su:

- pokretni zglobni oslonac,
- nepokretni zglobni oslonac,
- uklještenje.

Da bi štap bio u ravnoteži usled dejstva spoljašnjih sila, potrebno je da postoje reaktivne sile (sile otpora) koje se suprotstavljaju spoljašnjim silama.

Te sile se javljaju u osloncima grede i zovu se reakcije oslonaca.

Reakcije oslonaca sprečavaju pomeranje ili obrtanje štapa koje je izazvano spoljašnjim opterećenjem.

STATIKA

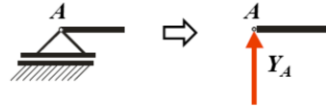
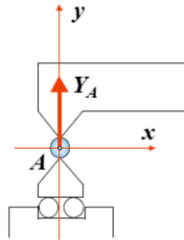
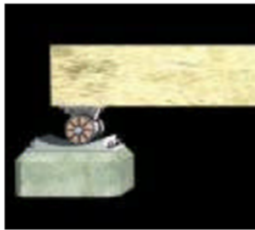
- Oslonci nosača -

Pokretni zglobni oslonac (1/2)

Pokretni zglobni oslonac je cilindrični zglob koji može da se pomera u jednom pravcu.

Njegova reakcija je **upravna** na pravac pomeranja:

$$\vec{F}_A = Y_A \vec{j}$$



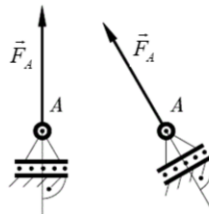
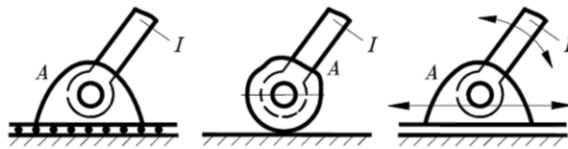
OSNOVI MAŠINSTVA

Pokretni zglobni oslonac je cilindrični zglob koji može da se pomera u jednom pravcu.
Njegova reakcija je **upravna** na pravac pomeranja.

STATIKA

- Oslonci nosača -

Pokretni zglobni oslonac (2/2)



OSNOVI MAŠINSTVA

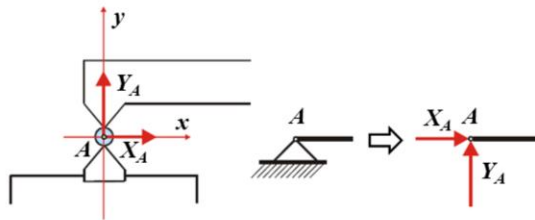
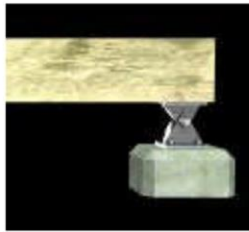
STATIKA

- Oslonci nosača -

Nepokretni zglobni oslonac (1/2)

Nepokretni zglobni oslonac je cilindrični zglob koji sprečava pomeranje nosača na mestu oslanjanja, a dozvoljava obrtanje nosača.

Reakcija veze je **proizvoljna ravanska sila** $\vec{F}_A = X_A \vec{i} + Y_A \vec{j}$.



OSNOVI MAŠINSTVA

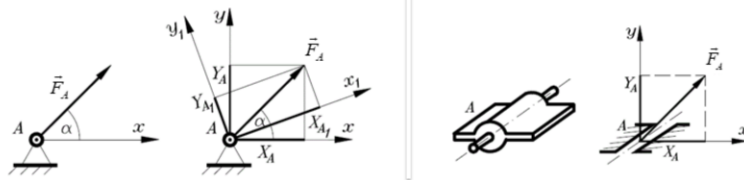
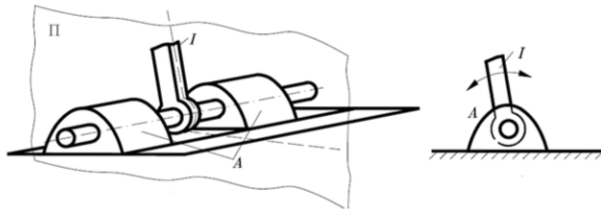
Nepokretni zglobni oslonac je cilindrični zglob koji sprečava pomeranje nosača na mestu oslanjanja, a dozvoljava obrtanje nosača.

Reakcija veze je **proizvoljna ravanska sila**.

STATIKA

- Oslonci nosača -

Nepokretni zglobni oslonac (2/2)



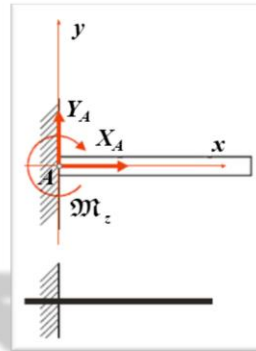
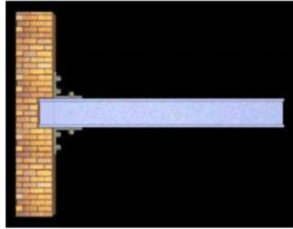
OSNOVI MAŠINSTVA

STATIKA

- Oslonci nosača -

Uklještenje

Veza uklještenja nastaje kada se profil zavari za noseću konstrukciju ili se greda uzida u zid.



Reakcije veze (otpori oslonca) su:

- **ravanska sila** $\vec{F}_A = X_A \vec{i} + Y_A \vec{j}$
- **otporni moment** $\vec{M}_A = M_z \vec{k}$.

OSNOVI MAŠINSTVA

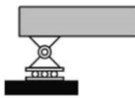
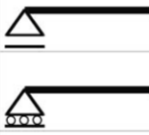
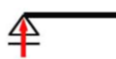
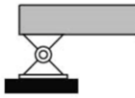
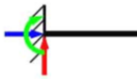
Veza uklještenja nastaje kada se profil zavari za noseću konstrukciju ili se greda uzida u zid.

Reakcije veze (otpori oslonca) su:

- ravanska sila $\vec{F}_A$
- otporni moment.

STATIKA

- Oslonci nosača -

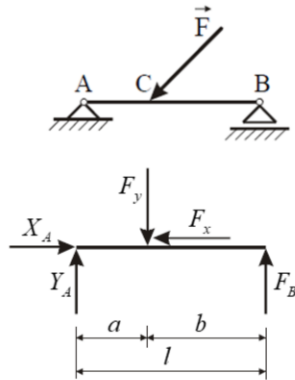
Naziv	Prikaz oslonca	Oznaka oslonca	Ograničenja			Reakcija	
			Vertikalno	Horizontalno	Moment sile	Smer	Broj
Pokretni oslonac			✓				1
Nepokretni oslonac			✓	✓			2
Konzola			✓	✓	✓		3

OSNOVI MAŠINSTVA

STATIKA

- Oslonci nosača -

Određivanje reaktivnih sila - otpora oslonaca



$$1. \sum X_i = 0 \Rightarrow X_A = F_x$$

$$2. \sum M_B = 0: Y_A \cdot l - F_y \cdot b = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{b}{l} F_y;$$

$$3. \sum M_A = 0: F_B \cdot l - F_y \cdot a = 0 \Rightarrow F_B = \frac{a}{l} F_y;$$

$$\text{Provera: } \sum Y_i = 0;$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Analitički način određivanja otpora oslonaca se sprovodi primenom jednačina ravnoteže na sistem sila koje dejstvuju na slobodno telo, dakle **nakon uklanjanja veza** (nepokretnih i pokretnih oslonaca, uklještenja, užadi, itd).

STATIKA - Opterećenja nosača - VRSTE OPTEREĆENJA NOSAČA Opterećenja nosača - sile i spregovi koji djeluju na nosač: ☐ neposredno (direktno) ili ☐ posredno (indirektno): ▪ preko drugih nosača ili ▪ preko ekscentara koji su kruto pričvršćeni za primarni nosač (ekscentrično opterećenje).
OSNOVI MAŠINSTVA

Opterećenja nosača su sile i spregovi koji djeluju na nosač:

- neposredno (direktno) ili
- posredno (indirektno) koje može biti preko drugih nosača ili preko ekscentara koji su kruto pričvršćeni za primarni nosač (ekscentrično opterećenje).



Opterećenje koje dejstvuje na nosač može da bude **Koncentrisano** i **Kontinualno (linijsko)**.

Koncentrisano opterećenje može biti u obliku:

- Koncentrisane sile
- Sprega sila ili Koncentrisanog (redukcionog) momenta

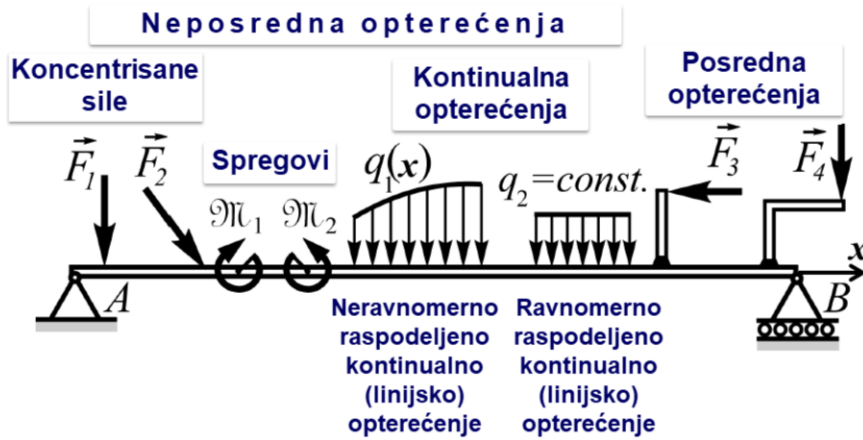
Kontinualno opterećenje može biti:

- Ravnomerno raspodeljeno ili
- Neravnomerno raspodeljeno.

STATIKA

- Opterećenja nosača -

VRSTE OPTEREĆENJA NOSAČA

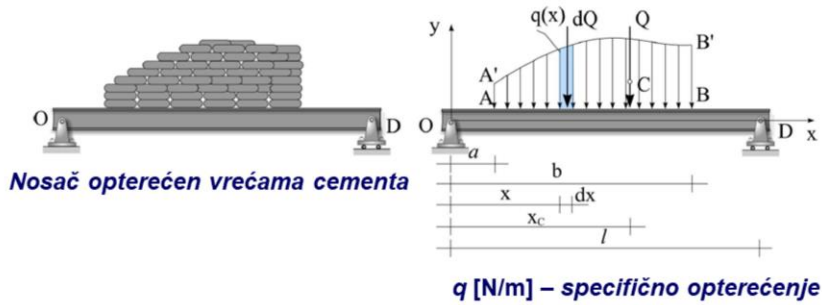


OSNOVI MAŠINSTVA

STATIKA

- Opterećenja nosača -

Kontinualno (linijsko) opterećenje (1/3)



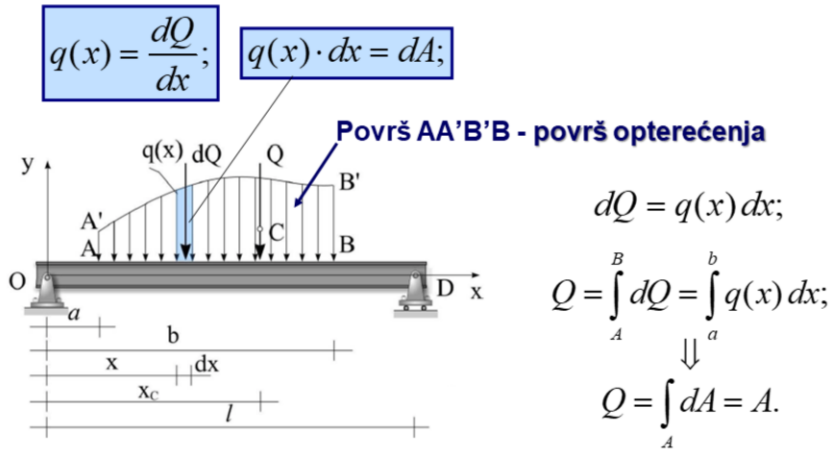
OSNOVI MAŠINSTVA

Ukoliko je kontakt između dva tela ostvaren duž linije, tada je telo opterećeno kontinualno (linijski).

STATIKA

- Opterećenja nosača -

Kontinualno (linijsko) opterećenje (2/3)



OSNOVI MAŠINSTVA

Dejstvo opterećenja se može proučavati na jednostavan način ako se ono zameni svojom rezultantom.

Površ AA'B'B, određena linijom kontakta AB i krivom opterećenja A'B', naziva se **površ opterećenja**.

Sila dQ koja dejstvuje na mali element grede dužine dx jednaka je $dQ = q(x)dx$.

Ovakvih elementarnih sila duž kontaktne linije AB ima beskonačno mnogo.

Za ovaj sistem paralelnih sila potrebno je odrediti veličinu i položaj rezultante Q na način kako je to prikazano na slajdu.

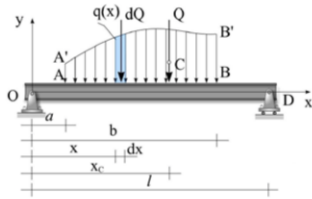
Zaključak: Intenzitet rezultante linijski raspoređenog kontinualnog opterećenja Q jednak je površini površi opterećenja A .

STATIKA

- Opterećenja nosača -

Kontinualno (linijsko) opterećenje (3/3)

$$M_o(Q) = Q \cdot x_c, \quad M_o(dQ) = dQ \cdot x = x \cdot \underbrace{q(x) dx}_{dQ}$$



$$M_o(Q) = \int_A^B x \cdot dQ = \int_a^b x \cdot q(x) dx.$$

$$x_c \cdot Q = \int_A^B x \cdot dQ = \int_a^b x \cdot q(x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_c = \frac{1}{Q} \int_a^b x \cdot q(x) dx = \frac{\int_a^b \underbrace{x \cdot q(x) dx}_{dA}}{\int_a^b \underbrace{q(x) dx}_{dA}} = \frac{1}{A} \int_A x dA$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Pošto se sistem sila svodi na rezultantu, važi da je *moment rezultante u odnosu na neku tačku ili osu jednak sumi momenata komponentata u odnosu na istu tačku ili osu*:

Moment rezultante u odnosu na tačku 0 jednak je proizvodu njenog intenziteta Q i normalnog rastojanja x_c : (izraz 1), dok je moment elementarne sile dQ u odnosu na tačku 0 dat 2. izrazom.

Ukupni moment kontinualnog opterećenja u odnosu na tačku 0 je definisan 3. izrazom.

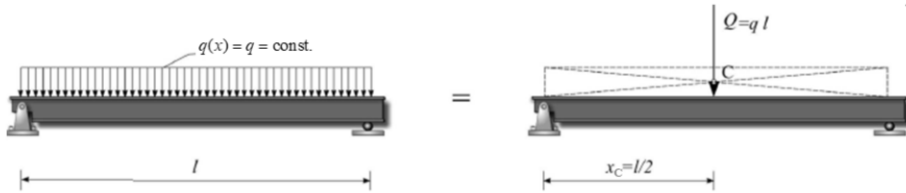
Na kraju je dobijen izraz kojim je definisan položaj težišta C površi opterećenja.

Zaključuje se da je rezultanta Q kontinualnog opterećenja ekvivalentna linijskom opterećenju ukoliko njena napadna linija prolazi kroz težište površi opterećenja.

STATIKA

- Opterećenja nosača -

**Ravnomerno raspoređeno kontinualno opterećenje,
 $q = \text{const.}$ - površ opterećenja pravougaonik**



$$Q = A = q \int_0^l dx = q \cdot x \Big|_0^l = q(l - 0) = q \cdot l;$$

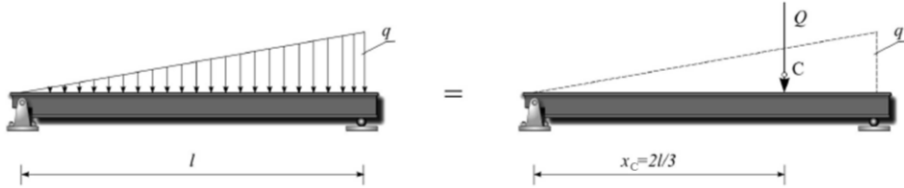
$$x_C = \frac{q \int_0^l x dx}{q \int_0^l dx} = \frac{\frac{1}{2} x^2 \Big|_0^l}{l} = \frac{\frac{1}{2} (l^2 - 0^2)}{l} = \frac{l}{2};$$

OSNOVI MAŠINSTVA

STATIKA

- Opterećenja nosača -

**Neravnomerno raspoređeno kontinualno opterećenje,
 $q(x) \neq \text{const.}$ - površ opterećenja trougao**



$$q(x) : q = x : l \Rightarrow q(x) = \frac{q}{l} x; \quad Q = \int_0^l q(x) dx = \frac{q}{l} \int_0^l x dx = \frac{q}{l} \frac{x^2}{2} \Big|_0^l = \frac{q \cdot l}{2};$$

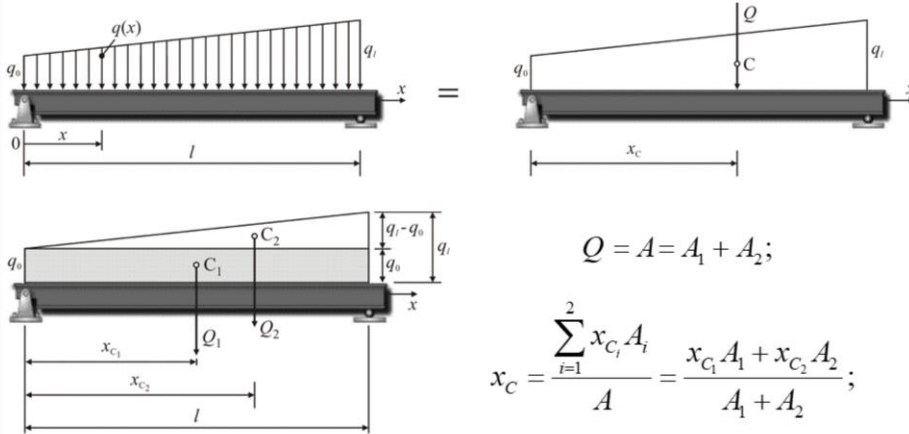
$$x_C = \frac{\frac{q}{l} \int_0^l x^2 dx}{\frac{q \cdot l}{2}} = \frac{2}{l^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^l = \frac{2}{l^2} \frac{l^3}{3} = \frac{2}{3} l;$$

OSNOVI MAŠINSTVA

STATIKA

- Opterećenja nosača -

**Neravnomerno raspoređeno kontinualno opterećenje,
 $q(x) \neq \text{const.}$ - površ opterećenja trapez (1/2)**



$$Q = A = A_1 + A_2;$$

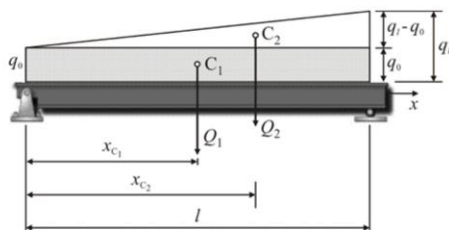
$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^2 x_{c_i} A_i}{A} = \frac{x_{c1} A_1 + x_{c2} A_2}{A_1 + A_2};$$

OSNOVI MAŠINSTVA

STATIKA

- Opterećenja nosača -

**Neravnomerno raspoređeno kontinualno opterećenje,
 $q(x) \neq \text{const.}$ - površ opterećenja trapez (2/2)**

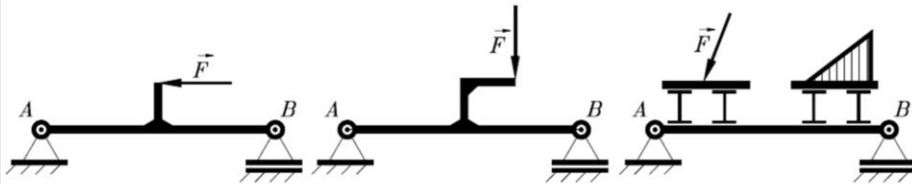


$$\left. \begin{aligned} x_{C_1} &= \frac{1}{2}l, \quad A_1 = q_0 \cdot l; \\ x_{C_2} &= \frac{2}{3}l, \quad A_2 = \frac{q_l - q_0}{2} \cdot l; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} Q &= A = A_1 + A_2 = \frac{q_0 + q_l}{2} \cdot l; \\ x_C &= \frac{x_{C_1} A_1 + x_{C_2} A_2}{A_1 + A_2} = \frac{1}{3} \left(\frac{q_0 + 2q_l}{q_0 + q_l} \right) \cdot l; \end{aligned}$$

STATIKA

- Opterećenja nosača -

POSREDNA OPTEREĆENJA NOSAČA



*Različiti primeri posrednih opterećenja proste grede –
ekscentrične sile i sekundarni nosači*

OSNOVI MAŠINSTVA

Kontrolna pitanja 7



1. Podele nosača.
2. Unutrašnje i spoljašnje veze nosača.
3. Vrste opterećenja nosača.
4. Rezultanta i njen položaj u slučaju ravnomerno raspodeljenog linijskog opterećenja.
5. Rezultanta i njen položaj u slučaju neravnomerno raspodeljenog linijskog opterećenja oblika trougla.
6. Rezultanta i njen položaj u slučaju neravnomerno raspodeljenog linijskog opterećenja oblika trapeza.
7. Primeri posrednih opterećenja nosača.